Série 3a Questions

Exercise 3a.1 – Tensile test on rods

In a standard tensile test, a steel rod of 50 mm in diameter and 2000 mm long is subjected to a tension force $F_1 = 47.1\ kN$. Knowing that $\nu = 0.3$ and $E_{st} = 200\ GPa$ determine:

a) The elongation of the steel rod.
b) Change in diameter in the steel rod.

Then a second bar is tested, it consists of a steel and an aluminium section, as shown below. When an axial force F is applied to the system, a strain gauge attached to the aluminium indicates an axial strain of 0.000873. The shear modulus of aluminium is $G_{alu} = 26.9\ GPa$. The aluminium's Poisson's ratio can be considered similar to steel with $\nu = 0.3$

c) Determine the magnitude of the applied force F.
d) Find the total elongation of the steel and aluminium bar.

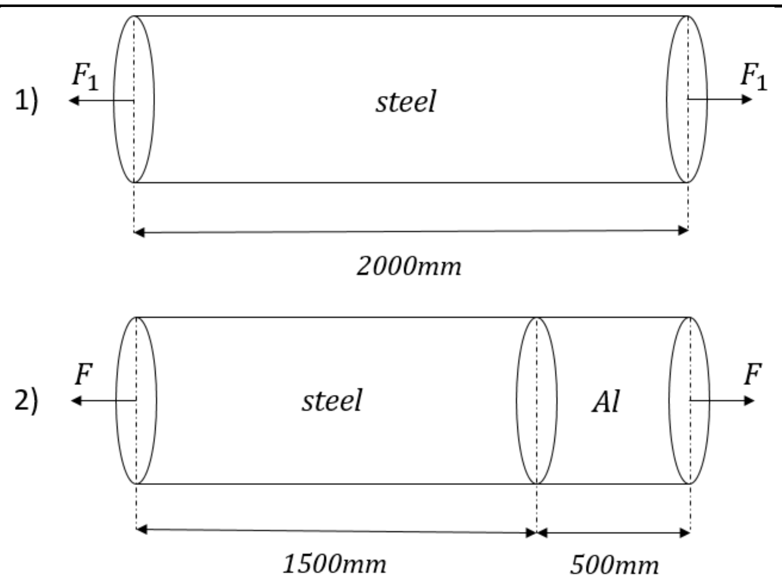

Figure 3a.1 | First rod 1) and the second composite bar 2) profiles

Texte en Français

Dans un essai de traction standard, une tige d'acier de 50 mm de diamètre et 2000 mm de longueur est soumise à une force en traction cde $F_1 = 47.1\ kN$. Sachant que $\nu = 0.3$ et $E_{acier} = 200\ GPa$ déterminer:

a) L'allongement de la tige.
b) La variation du diamètre de la tige.

Une deuxième barre est testée, elle se compose d'une partie en acier et d'une autre en aluminium, comme indiqué ci-dessous. Lorsqu'une force axiale F est appliquée sur le système, une jauge de déformation fixée à l'aluminium indique une déformation relative axiale de 0,000873. Le module de cisaillement de l'aluminium est $G_{alu} = 26.9\ GPa$. Le coefficient de Poisson peut être considéré similaire pour les deux matériaux et égal à $\nu = 0.3$

c) Déterminer la valeur de la force appliquée F.
d) Trouver l'allongement total de la barre.

Exercise 3a.2 – Axially hydrostatically loaded bar

a) For the axial loading shown in Figure 3a.2, determine the change in height and the change in volume of the brass cylinder shown.

b) Solve the part a) assuming that the loading is now hydrostatic with $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -70MPa$.

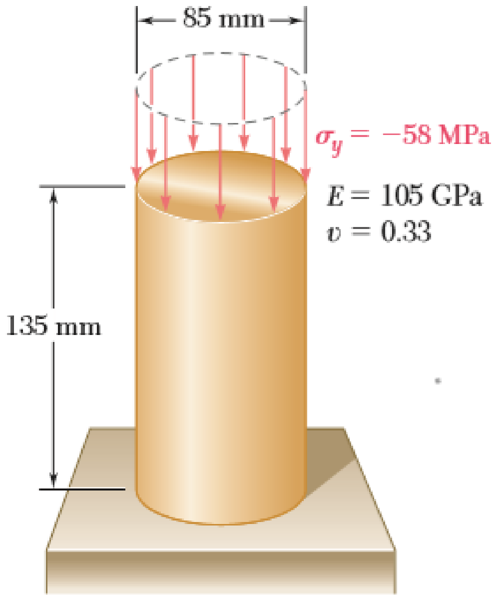

Figure 3a.2| Axially loaded bar

Texte en Français

a) Pour la charge axiale illustrée dans la figure 3a.2, déterminer le changement de hauteur et le changement de volume du cylindre en laiton.

b) Résoudre la partie a) en supposant que la charge est maintenant hydrostatique avec $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -70MPa$.

Exercise 3a.3 – Stress and strain on a constrained block

A block of magnesium alloy with E = 45 [GPa] and v = 0.35 is attached to a steel bracket, as shown in Figure 3a.3. The length of the sides are given as $L_{x,0}$ = 0.1 m, $L_{y,0}$ = 0.04 [m] and $L_{z,0}$ = 0.025 m.

Knowing that a load is applied which causes a stress of σ_x = -180 [MPa].

a) Find the magnitude of σ_y for which the change in height of the block is zero.
b) Find the corresponding change of the surface area of the face ABCD.
c) Find the corresponding change of volume for the block.
d) Suppose we want to keep the volume change as before but now the height can be changed. Instead of applying σ_x and σ_y, we apply two stresses σ_x= -180 [MPa] and σ_z. Calculate what the value of σ_z should be in the case where σ_x = -180 [MPa].

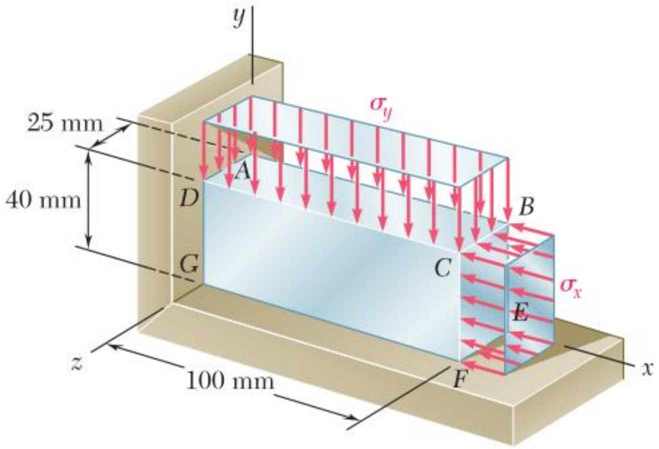

Figure 3a.3 | A magnesium alloy block attached to steel bracket

Texte en Français

Un bloc d'alliage de magnésium avec E = 45 [GPa] et v = 0,35 est fixé à un support en acier, comme le montre la Figure 3a.3. La longueur des côtés est donnée comme $L_{x,0}$ = 0,1 m, $L_{y,0}$ = 0,04 [m] et $L_{z,0}$ = 0,025 m. Sachant qu'une charge est appliquée et qui génére une contrainte de σ_x = -180 [MPa].

a) Trouver l'amplitude de σ_y pour laquelle le changement de hauteur du bloc est nul.
b) Trouver le changement correspondant de la surface de la face ABCD.
c) Trouver le changement de volume correspondant pour le bloc.
d) Supposons que nous voulions conserver le changement du volume comme auparavant, mais que maintenant la hauteur peut être modifiée. Au lieu d'appliquer σ_x et σ_y, nous appliquons les deux contraintes σ_x= -180 [MPa] et σ_z. Calculer la valeur de σ_z dans ce cas où σ_x= -180 [MPa].

Exercise 3a.4 – Multi-segment structure

Consider the following bar structure (Figure 3a.4) with force 3F acting upon point B and force F acting upon point D. Section CD is made of two identical bars in parallel of area A and Young's modulus E that are secured by rigid plates. Section AC consists of a single bar of area A and Young's modulus E. **What is the overall displacement of Point D, and the internal stress in one of the bars in section CD?**

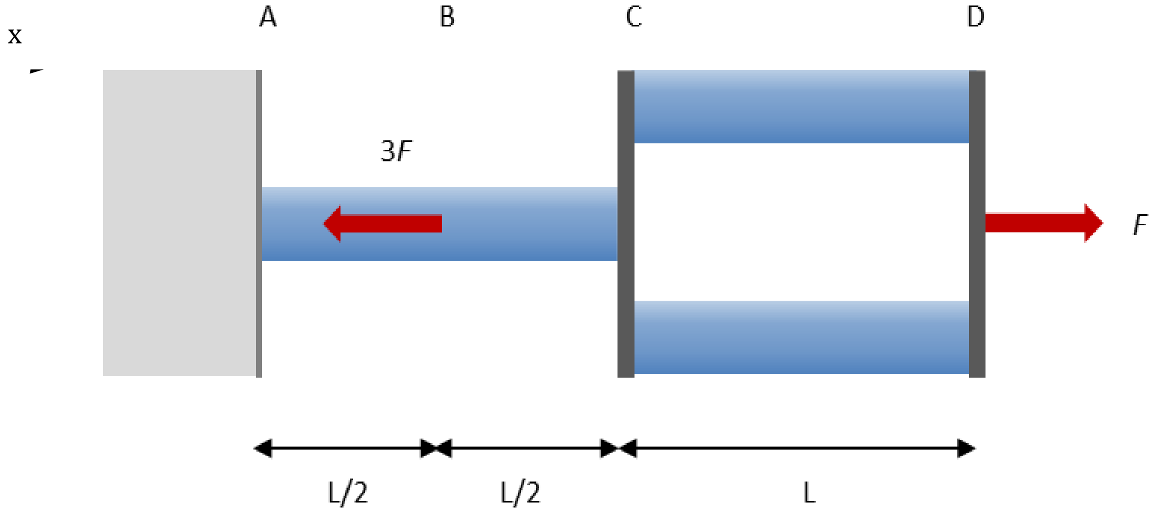

Figure 3a.4| Multi-segment structure.

Texte en Français

On considère la structure formée de barres présentée à la Figure 3a.4. Une force de norme 3F agit sur le point B et une force de norme F agit sur le point D. Le secteur CD comporte deux barres identiques en parallèle, toutes deux de section A et de module de Young E, maintenues par deux plaques rigides. Le secteur AC consiste d'une simple barre de section A et de module de Young E.

Déterminer le déplacement total au point D et la contrainte interne dans l'une des deux barres de la section CD.

Exercise 3a.5 – Elongation of a composite bar

We consider the circular bar of Figure 3a.5, composed of two materials. The material properties are: $E_A = \frac{10}{9} GPa$, $E_B = 2.5\ GPa$, $\nu_A = \nu_B = 0.25$; and the dimensions: $L = 1\ m$, $R = 5\ mm$, $r = 3\ mm$. We apply a force $F = 360\pi\ N$ at the free-end of the bar:

a) Calculate the total elongation of the bar.

b) Calculate the strain in materials A and B when $x = \frac{L}{2}$. Give a numerical value.

c) Calculate the stress in materials A and B when $x = \frac{L}{2}$. Give a numerical value.

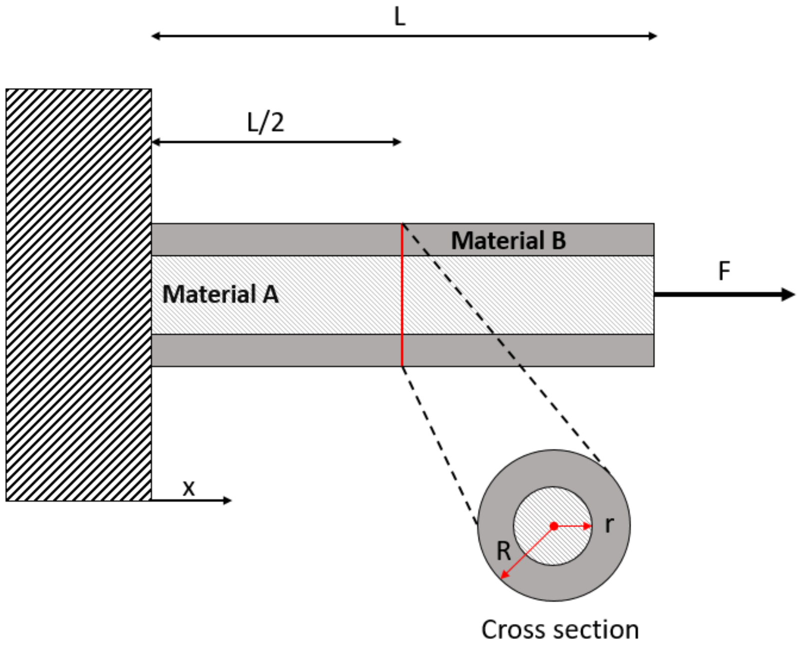

Figure 3a.5 | The composite bar with a vertical section of its profile

Texte en Français

On considère la barre circulaire de la figure 3a.5, composée de deux matériaux A et B. Les propriétés de ces matériaux sont : $E_A = \frac{10}{9} GPa$; $E_B = 2.5\ GPa$ et $\nu_A = \nu_B = 0.25$; et les dimensions: $L = 1\ m$, $R = 5\ mm$, $r = 3\ mm$. On applique une force $F = 360\pi\ N$ à l'extrémité libre de la barre

a) Calculer l'élongation totale de la barre.

b) Calculer la déformation relative dans les matériaux A et B à $x = \frac{L}{2}$. Donner une valeur numérique.

c) Calculer la contrainte dans les matériaux A et B à $x = \frac{L}{2}$. Donner une valeur numérique.

Exercise 3a.6 – Plane Strain

In many situations physical constraints prevent strain from occurring in a given direction. For example, ε_z=0 in the case shown in Figure 3a.6, where longitudinal movement of the long prism is prevented at every point. Plane sections perpendicular to the longitudinal axis remain plane and at the same distance apart.

Show that for this situation (i.e. ε_z=0) which is known as plane strain the following equations are true.

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[(1-\nu^2)\sigma_x - \nu(1+\nu)\sigma_y\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[(1-\nu^2)\sigma_y - \nu(1+\nu)\sigma_x\right]$$

Hint: Start with the generalized Hooke's Law for strain.

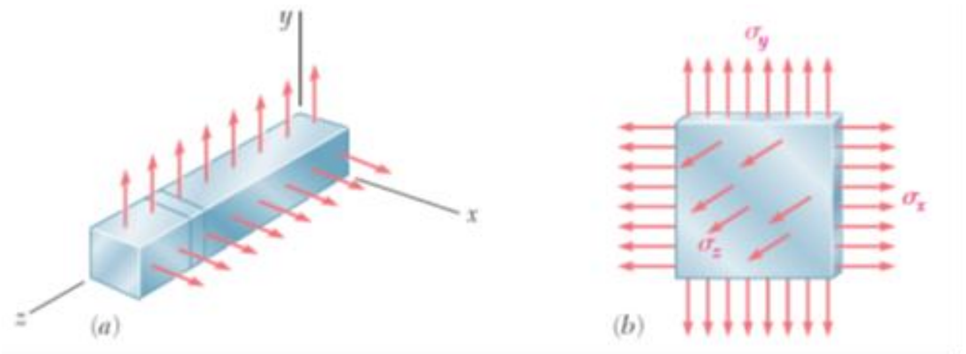

Figure 3a.6 | (a) Plane strain on a prism, **(b)** cross-section of the prism

Texte en Français

Dans de nombreuses situations, les contraintes physiques empêchent la déformation de se produire dans une direction donnée. Par exemple, ε_z=0 dans le cas illustré par la Figure 3a.6, où le déplacement longitudinal du prisme long est empêché à chaque point. Les sections planes perpendiculaires à l'axe longitudinal restent planes et à la même distance l'une de l'autre.

Montrer que pour cette situation (i.e. ε_z=0) qui est connue sous le nom de déformation dans le plan, les équations suivantes sont vraies.

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[(1-\nu^2)\sigma_x - \nu(1+\nu)\sigma_y\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[(1-\nu^2)\sigma_y - \nu(1+\nu)\sigma_x\right]$$

Conseil : Commencer par la Loi de Hooke généralisée pour la souche.